**Лабораторная работа №3. Моделирование непрерывных случайных величин.  
(Срок сдачи до 09.11.2023)**

**Основные задания (4 балла)**

**1)** Осуществить моделирование *n* = 10000 реализаций случайной величины из нормального закона распределения *N*(*m*, *s*2) с заданными параметрами. Для моделирования воспользоваться алгоритмом, основанным на ЦПТ; (в качестве количества используемых слагаемых можно взять *N* = 48, или 192, но должна быть возможность быстро изменить данный параметр). Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, сравнить их с истинными значениями.

Вариант:

1) *m* = 0, *s*2 = 9; 2) *m* = -3, *s*2 = 16; 3) *m* = 4, *s*2 = 25; 4) *m* = 0, *s*2 = 1;

5) *m* = -4, *s*2 = 4; 6) *m* = 5, *s*2 = 9; 7) *m* = 0, *s*2 = 16; 8) *m* = -5, *s*2 = 25;

9) *m* = 0, *s*2 = 64; 10) *m* = 1, *s*2 = 9; 11) *m* = 0, *s*2 = 1; 12) *m* = -1, *s*2 = 4;

13) *m* = 2, *s*2 = 16; 14) *m* = 0, *s*2 = 25; 15) *m* = -2, *s*2 = 1; 16) *m* = 3, *s*2 = 4.

**2)** Смоделировать *n* = 10000 случайных величин из заданных абсолютно непрерывных распределений. Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, сравнить их с истинными значениями (если это возможно). Если математического ожидания не существует, то вычислить выборочное значение медианы и сравнить его с теоретическим.

Вариант:

1) χ2-распределение с *m* степенями свободы (), *m* = 4. Лапласа *L*(*a*), *a* = 2.

2) \*Логнормальное *LN*(*m*, *s*2), *m* = 0, *s*2 = 4, Коши *C*(*a*,*b*), *a* = 1, *b* = 2.

3) Экспоненциальное *Е*(*a*), a = 0.5, Вейбулла *W*(*a*,*b*), *a* = 4, *b* = 0.5.

4) Логистическое *LG*(*a*,*b*), *a* = 2, *b* = 3; Фишера с *l* и *m* степенями свободы (*Fm,l*) *l* = 5, *m* = 3.

5)Экспоненциальное *Е*(*a*), a = 0.5, Логистическое *LG*(*a*,*b*), *a* = 0, *b* = 1.5.

6) Коши *C*(*a*,*b*), *a* = -1, *b* = 3; Стьюдента с *m* степенями свободы (*tm*), *m* = 6.

7) *\**Логнормальное *LN*(*m*, *s*2), *m* = 2, *s*2 = 16; Логистическое *LG*(*a*,*b*), *a* = 1, *b* = 1.

8)Лапласа *L*(*a*), *a* = 1; Экспоненциальное *Е*(*a*), a = 4.

9)χ2-распределение с *m* степенями свободы (), *m* = 4; Лапласа *L*(*a*), *a* = 2.

10) \*Логнормальное *LN*(*m*, *s*2), *m* = 1, *s*2 = 9.Экспоненциальное *Е*(*a*), a = 2.

11) Лапласа *L*(*a*), *a* = 0.5; Вейбулла *W*(*a*,*b*), *a* = 1, *b* = 0.5.

12) Коши *C*(*a*,*b*), *a* = -1, *b* = 1, Логистическое *LG*(*a*,*b*), *a* = 2, *b* = 3.

13) \*Логнормальное *LN*(*m*, *s*2), *m* = -1, *s*2 = 4; Лапласа *L*(*a*), *a* = 1.5.

14) Экспоненциальное *Е*(*a*), a = 0.25, Коши *C*(*a*,*b*), *a* = 1, *b* = 2.

15)Вейбулла *W*(*a*,*b*), *a* = 0.5, *b* = 1; Логистическое *LG*(*a*,*b*), *a* = -1, *b* = 2.

16) χ2-распределение с *m* степенями свободы (), *m* = 4; Фишера с *l* и *m* степенями свободы (*Fm,l*) *l* = 5, *m* = 3.

\*) в литературе Лобач В.И. [и др] «Имитационное и статистическое моделирование» приведено не общепринятое описание логнормального распределения. Для его моделирования можно воспользоваться статьей в википедии: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Логнормальное_распределение>.

\*\*) в распределении Вейбулла *а* – это параметр λ, *b* – параметр *c* из учебника. если берете распределение Вейбулла из википедии, то *k* = *c*, λ (википедия) = 1/λ*c* (из учебника).

**Дополнительные задания**

**1) (1 балл)** Смоделировать *n* = 10000 случайных величин из смеси двух распределений. Распределения взять из своего варианта задания 2, π – вероятность выбора элемента из первого распределения. **Важно:** В случае если у одного из распределений из вашего варианта математическое ожидание или дисперсия не существует, то заменить его на нормальное распределение из своего варианта задания 1.

**2) (2 балла)** Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, сравнить их с истинными значениями (найти в литературе (интернете) или вывести самостоятельно формулы для нахождения математического ожидания и дисперсии смеси распределений).

Вариант:

1) π = 0.3; 2) π = 0.4; 3) π = 0.5; 4) π = 0.6;

5) π = 0.7; 6) π = 0.8; 7) π = 0.7; 8) π = 0.6;

9) π = 0.5; 10) π = 0.4; 11) π = 0.3; 12) π = 0.2;

13) π = 0.1; 14) π = 0.2; 15) π = 0.8; 16) π = 0.9.

**3) (1 балл)** Осуществить моделирование *n* = 10000 реализаций случайной величины из стандартного нормального закона распределения *N*(0, 1), используя преобразование Бокса — Мюллера <http://ru.wikipedia.org/wiki/Преобразование_Бокса_—_Мюллера> (в источнике Лобач В.И. [и др] такой метод моделирования называется: моделирование, «используя функциональное преобразование»).

**4)** (**1 балл**) для смоделированной в бонусном пункте **3** выборки оценить коэффициент корреляции между элементами, стоящими на четных позициях, и элементах, стоящих на нечетных позициях.

**5) (1 балл)** Для сгенерированных в основном задании выборок из заданных распределений построить гистограммы, сравнить с теоретическими плотностями распределения вероятностей.

**6) (1 балл за критерий)** Реализовать критерий а) хи-квадрат критерий Пирсона; б) Смирнова-Крамера-Мизеса; в) Колмогорова; г) любой другой тест согласия для проверки статистических гипотез о принадлежности сгенерированных выборок соответсвующим распределениям.

**7) (1 балл, +2 за каждый дополнительный способ)** Смоделировать *n* = 10000 случайных величин из усеченного распределения из своего варианта с уровнями усечения *a* и *b* (*а* – снизу, *b* - сверху). Вычислить несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии (См., например, Robert C. P. Simulation of truncated normal variables [Статья]).